

**ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
(ОГАОУ ДПО «БелиРО»)**

**Методические рекомендации
«Об использовании во внеурочной деятельности
учебно-методических комплексов, связанных с изучением геометрии»
в общеобразовательных организациях
Белгородской области»**

**г. Белгород,
2022 г.**

Введение

Данные методические рекомендации разработаны для общеобразовательных организаций Белгородской области с целью повышения уровня образовательных результатов школьников по учебному предмету «Математика» при прохождении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного и среднего общего образования в области использования во внеурочной деятельности учебно-методических комплексов, связанных с изучением геометрии.

Формирование умений логически мыслить у обучающихся происходит параллельно с изучением нового материала, для восприятия которого в 5-6-х классах база нередко на достаточном уровне не сформирована. Поэтому учителю математики при подготовке к экзаменам участников со слабой математической подготовкой необходимо обратить внимание на выработку прочных вычислительных навыков, элементы устного счета включать в каждое учебное занятие. Вычислительная культура формируется у школьников на всех этапах изучения курса математики, но основа ее закладывается в первые 5-6 лет обучения. В этот период обучающиеся приобретают умение осознанно использовать законы математических действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень). В следующий период обучения полученные умения и навыки совершенствуются и закрепляются в процессе изучения математики, физики, химии и других учебных предметов. Оценивание вычислительной культуры обучающихся проводится по их умению производить устные и письменные вычисления, рационально организовать ход вычислений, убеждать в правильности полученных результатов. Уровень подготовки определенной доли обучающихся 7 классов недостаточен для продолжения образования по математике и другим естественно-научным предметам. Эти обучающиеся имеют высокий риск неуспешности при прохождении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного и среднего общего образования.

Основной целью изучения геометрии на досистематическом этапе является создание широкого круга представлений о геометрических объектах, их свойствах и основных фактах геометрии, развитие пространственного воображения, геометрической зоркости и навыков моделирования геометрических объектов. Поэтому формировать способность к рассуждению и умение пользоваться методами доказательств и построения цепочки логически верных утверждений необходимо с начального уровня образования.

Рекомендуется организовать процесс изучения геометрии, который будет способствовать развитию логики и пространственного мышления, начиная с 1-го класса. Это позволит добиться улучшения образовательных результатов обучающихся по учебному предмету «Математика» при прохождении государственной итоговой аттестации по образовательным

программам основного и среднего общего образования.

Организация внеурочной деятельности по учебному предмету «Математика» (модуль «Геометрия»)

Внеурочная деятельность в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов общего образования организуется по основным направлениям развития личности (духовно-нравственное, социальное, общеинтеллектуальное, общекультурное, спортивно-оздоровительное).

Содержание данных занятий должно формироваться с учетом запросов участников образовательных отношений и осуществляться посредством различных форм организации, отличных от урочной системы обучения.

В примерных основных образовательных программах основного общего образования и среднего общего образования (<http://fgosreestr.ru/> – сайт «Реестр примерных основных общеобразовательных программ») раскрывается план внеурочной деятельности, нагрузка обучающихся, формы проведения занятий.

Рекомендуемые формы организации внеурочной деятельности: экскурсии, кружки, секции, круглые столы, конференции, диспуты, школьные научные общества, олимпиады, конкурсы, соревнования, поисковые и учебные исследования, общественно полезные практики и т.д.

Учителям математики общеобразовательных организаций рекомендуется проведение занятий внеурочной деятельности в форме кружка (5-8 классы), консультации (9, 10-11 классы) и т.д.

Рабочие программы курсов внеурочной деятельности разрабатываются учителями и должны содержать 3 раздела:

- результаты освоения курса внеурочной деятельности;
- содержание курса внеурочной деятельности с указанием форм организации и вида деятельности;
- тематическое планирование, в том числе с учетом рабочей программы воспитания с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

В целях методического сопровождения учителей математики по планированию тематической образовательной программы внеурочной деятельности необходимо обратить внимание на пособия Группы компаний «Издательство «Просвещение» (<https://prosv.ru/static/vneuroh>). Пособия серии «Внеурочная деятельность» и сборник рабочих программ обеспечивают сопровождение внеурочной деятельности обучающихся в разных формах: учебное занятие, практическая работа, экскурсия, учебный проект и учебное исследование и т.д.

В зависимости от конкретных условий реализации основной образовательной программы, числа обучающихся и их возрастных особенностей допускается формирование учебных групп из обучающихся разных классов в пределах одного уровня образования.

С целью реализации принципа формирования единого образовательного пространства на всех уровнях образования часы внеурочной деятельности целесообразно использовать через реализацию одной из трех моделей планов с преобладанием того или иного вида деятельности:

- учебно-познавательной деятельности, когда наибольшее внимание уделяется внеурочной деятельности по учебным предметам и формированию функциональной грамотности;
- с преобладанием педагогической поддержки обучающихся и работы по обеспечению их благополучия в пространстве школы;
- с преобладанием деятельности ученических сообществ и воспитательных мероприятий.

Содержательное наполнение модели плана внеурочной деятельности, рекомендованное учителям математики, представлено в таблице 1.

Таблица 1

**Содержательное наполнение модели
плана внеурочной деятельности**

Модель плана внеурочной деятельности	Содержательное наполнение
преобладание педагогической поддержки обучающихся	дополнительные занятия обучающихся, испытывающих затруднения в освоении учебной программы

**Использование во внеурочной деятельности
учебно-методических комплексов, связанных с изучением геометрии
в 5-6 классах**

Для обучающихся 5-6 классов Группа компаний «Издательство «Просвещение» предлагает следующие учебно-методические комплексы (табл. 2).

**Учебно-методические комплексы, предлагаемые Группой компаний
«Издательство «Просвещение», для изучения геометрии обучающимися
5-6 классов во внеурочной деятельности**

Уровень образования	Учебное пособие/учебник	Ссылка на аннотацию
ООО	И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева: Математика. Наглядная геометрия. 5-6 классы. Учебник. ФГОС. Издательство: Просвещение/Дрофа	https://shop.prosv.ru/geometriya--5-6-klassy--elektronnaya-forma-uchebnika21091
	Т. Г. Ходот, А. Ю. Ходот, О. А. Велиховская: Математика. 5 класс. Наглядная геометрия. Учебник. ФП. Издательство: Просвещение	https://shop.prosv.ru/matematika--naglyadnaya-geometriya---5-klass3748
	Т. Г. Ходот, А. Ю. Ходот: Математика. 6 класс. Наглядная геометрия. Учебник. ФП. ФГОС. Издательство: Просвещение	https://shop.prosv.ru/matematika--6-klass--elektronnaya-forma-uchebnika--polnaya-versiya--hodot-t-g--hodota-ayu13347
	В. А. Панчищина, Э. Г. Гельфман, В. Н. Ксенева и др. Математика. Наглядная геометрия. 5-6 классы. Учебник. ФГОС. Издательство: Просвещение	https://shop.prosv.ru/matematika--naglyadnaya-geometriya--5-6-klassy--uchebnoe-posobie3747

Время на изучение курса «Наглядная геометрия» (в рамках учебного предмета «Математика») выделяется из части учебного плана, формируемой образовательной организацией за счет вариативного компонента, а также рекомендуется для занятий внеурочной деятельности.

Особенности развития геометрических представлений младших подростков (5-6 класс) описаны в методическом пособии для учителей, разработанном «Институтом стратегии развития образования РАН» (<https://pkiro.ru/wp-content/uploads/2022/11/metodicheskoe-posobie.-matematika.-realizacziya-trebovanij-fgos-ooo-1.pdf#:~:text=Курс%20наглядно-деятельностной%20геометрии%20не%20предполагает,геометрического%20к%20ругозора%2C%20воображения%2C%20зоркости%2C%20интуиции>).

Изучение курса «Наглядная геометрия» и методические рекомендации по организации работы с использованием учебника представлены в Примерной рабочей программе к УМК И.Ф. Шарыгина, Л.Н. Ерганжиевой «Наглядная геометрия. 5-6 классы» (<https://rosuchebnik.ru/upload/iblock/3d4/3d406ce08f33b53d1d407f42f9a3b5e2.pdf>).

Наряду с формированием умений выполнения основных действий с геометрическими объектами при изучении наглядной геометрии в 5-6-х

классах у обучающихся должно формироваться логическое и пространственное мышление.

С первых занятий курса «Наглядная геометрия» в 5-м классе необходимо организовать процесс обучения так, чтобы при изучении материала, выполнении заданий у обучающихся формировались умения логического и пространственного мышления, происходило знакомство с интересным материалом, мотивирующим на дальнейшее изучение геометрии, в том числе углубленного уровня, начиная с 7-го класса.

Например, при изучении наглядной геометрии в 5-м классе рекомендуется организовывать проектную и учебно-исследовательскую деятельность по обобщенной теме «Пространство и форма», ориентированную на развитие логики и пространственного мышления школьников. В данную работу целесообразно включить цикл экспериментов, квесты и кейсы и др.

Использование во внеурочной деятельности учебно-методических комплексов, связанных с изучением геометрии в 7-9 классах

Для обучающихся 7-9 классов Группа компаний «Издательство «Просвещение» предлагает следующие учебно-методические комплексы (табл. 3).

Таблица 3

Учебно-методические комплексы, предлагаемые Группой компаний «Издательство «Просвещение», для изучения геометрии обучающимися 7-9 классов во внеурочной деятельности

Уровень образования	Учебное пособие/учебник	Ссылка на аннотацию
ООО	В. В. Прасолов: Геометрия. 7-9 классы. Решение задач повышенной сложности. Учебное пособие. Издательство: Просвещение, 2022 г.	https://shop.prosv.ru/reshenie-zadach-povyshennoj-slozhnosti-po-geometrii--7-9-klassy3417
	Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев: Геометрия. 9 класс. Дополнительные главы к учебнику. Учебное пособие. Издательство: Просвещение/Бином, 2021 г.	https://shop.prosv.ru/geometriya--9-klass--dopolnitelnye-glavy-k-uchebniku-atanasyan-l-s--butuzov-v-f--kadamcev-s-b--yudina-i-i17382
	В. И. Рыжик: Геометрия. 7-9 классы. Диагностические тесты. Учебное пособие. Издательство: Просвещение, 2022 г.	https://www.labyrinth.ru/books/406558/
	М. А. Волчкевич, И. В. Яценко, Ф. А. Ивлев: Математика. 7-9 классы. Универсальный многоуровневый сборник задач. В 3-х частях. Часть 2.	https://shop.prosv.ru/matematika-universalnyj-mnogourovnevyy-sbornik-zadach-7-9-klass-v-3-chastyax-ch-2-geometriya20224

	Геометрия. Издательство: Просвещение, 2022 г.	
--	--	--

В 7-9 классах традиционно изучается евклидова геометрия, элементы векторной алгебры, геометрические преобразования, которые обеспечивают изучение других учебных предметов.

При организации предпрофильной подготовки школьников в 9 классе в программное содержание по математике включаются дополнительные темы, способствующие развитию математического кругозора и математических способностей. Расширение производится в том случае, если обучение происходит на высоком уровне сложности, если продвижение вперед идет быстрым темпом, при сознательном участии школьников в учебном процессе.

Дополнительный материал рекомендуется использовать на уроках, на занятиях математического кружка, во внеурочной деятельности, а также во время индивидуальной работы с обучающимися.

Поскольку в контрольные измерительные материалы ОГЭ по учебному предмету «Математика» включены геометрические задания, то необходимо обратить особое внимание на следующие темы, подлежащие контролю:

- «Виды треугольников. Замечательные линии и точки в треугольнике (медиана, средняя линия, высота, биссектриса, серединный перпендикуляр к стороне)»;
- «Вписанная и описанная окружности»;
- «Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника»;
- «Теорема Пифагора. Теоремы синусов и косинусов»;
- «Виды четырехугольников. Свойства и признаки параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции»;
- «Формулы площадей плоских фигур»;
- «Координатный и векторный методы решения задач».

Незнание фундаментальных метрических формул, а также свойств основных планиметрических фигур полностью лишает обучающихся возможности применять свои знания по планиметрии при решении соответствующих задач контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена. Для обучающихся, собирающихся продолжить обучение в старшей школе, важно сформировать представление о геометрии как об аксиоматической науке. Это позволит школьникам получить целостное представление о математике и иметь предпосылки для успешного решения задач высокого уровня сложности контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена, включающих пункты на доказательство.

При организации занятий внеурочной деятельности по подготовке обучающихся к государственной итоговой аттестации необходимо руководствоваться нормативно-правовыми документами, регулирующими проведение итоговой аттестации по математике, методическими

материалами, размещенными на официальных сайтах: ФИПИ (<https://fipi.ru/>), Министерство просвещения Российской Федерации (<https://edu.gov.ru/>).

Основное внимание при подготовке обучающихся к государственной итоговой аттестации необходимо сосредоточить на подготовке именно к выполнению первой (тестовой) части экзаменационной работы. Успешное выполнение заданий этой части обеспечивает получение удовлетворительного (а выполнение всей этой части даже достаточно высокого) тестового балла и дает возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала, сосредоточить внимание обучающихся на обсуждении «подходов» к решению тех или иных задач, выбору способов их решения и сопоставлению этих способов, проверке полученных ответов на правдоподобие и т.п.

В процессе подготовки школьников основной акцент должен быть сделан не на «натаскивание» обучающихся на «получение правильного ответа в определенной форме», а на достижение осознанности знаний обучающихся, на формирование умения применить полученные знания в практической деятельности, умения анализировать, сопоставлять, формулировать выводы, в том числе в нестандартной ситуации.

Не следует в процессе обучения злоупотреблять тестовой формой контроля. Необходимо, чтобы обучающийся предъявлял свои рассуждения как материал для анализа и обсуждения.

Исходя из анализа результатов ОГЭ-2022 по математике (геометрические задания с развернутым ответом), рекомендуется включить в тематический план программы внеурочной деятельности следующие темы (табл. 4).

Таблица 4

Темы, необходимые для включения в тематический план программы внеурочной деятельности по геометрии

Проверяемые умения	Проблемы участников ОГЭ 2022 г.	Возможные причины возникновения ошибок	Темы, необходимые для включения в тематический план программы внеурочной деятельности
сформированность умения решать планиметрическую задачу нахождение величин	недостаток обоснований в решении, в частности, не объясняется, почему равны накрест лежащие углы; вычислительные ошибки; неверное построение чертежа к задаче; решение частной задачи, в которой используется формула для	отсутствует умение проводить анализ условия задания при решении практических и ситуационных задач, неумение применять известный алгоритм в	Признаки и свойства углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей (формулировка и доказательство). Теорема синусов (решение задач на нахождение величин). Теорема косинусов (решение задач на

	<p>правильного треугольника, изменяющая фактически ее смысл; неверное применение теоремы синусов для решения задачи; неверные методы решения</p>	<p>нестандартной ситуации</p>	<p>нахождение величин). Методы решения геометрических задач: метод опорного элемента; метод дополнительного построения; метод вспомогательного элемента или параметра; метод треугольника; метод подобия; метод площадей; метод ключевых задач. Подобие фигур (признаки подобия, отношение площадей подобных фигур, высота в прямоугольном треугольнике и т.д.). Тригонометрия в прямоугольном треугольнике. «Особенные» треугольники. Окружность и круг.</p>
<p>умение проводить доказательные рассуждения при решении задачи.</p>	<p>интуитивно понятные факты не доказываются, а считаются очевидными; отсутствует умение математически грамотно и ясно записывать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования; отсутствует умение находить сходственные стороны, правильно составить пропорцию, найти коэффициент пропорциональности; неверное обозначение углов; заменяется понятие «подобие треугольников» понятием «равенство треугольников»; неточные формулировки используемых названий углов, свойств и признаков; записи неаккуратные, иногда просто невозможно понять, что написано учеником; присутствуют только отдельные факты, по сути, не связанные с тем, что необходимо доказать</p>		

**Использование во внеурочной деятельности
учебно-методических комплексов, связанных с изучением геометрии
на уровне среднего общего образования**

Таблица 5

**Учебные пособия и учебники
Группы компаний «Издательство «Просвещение»**

Уровень образования	Учебное пособие/учебник	Ссылка на аннотацию
СОО	И. В. Яценко, С. А. Шестаков: Геометрия. 10-11 классы. Универсальный многоуровневый сборник задач. Учебное пособие. ФГОС. Издательство: Просвещение, 2021 г.	https://shop.prosv.ru/geometriya-universalnyj-mnogourovnevyy-sbornik-zadach-10-11-klassy12424

Анализ работ участников государственной итоговой аттестации обучающихся за курс среднего общего образования показал, что процент выполнения заданий по геометрии с развернутым ответом низкий, большинство выпускников не приступает к выполнению данных заданий.

Предполагается, что задание по планиметрии может осилить обучающийся, который освоил школьный курс планиметрии с оценкой не ниже 4. Поэтому, при тематическом планировании программы внеурочной деятельности необходимо включить повторение основных определений и теорем из курса основного общего образования. Прежде всего на занятиях внеурочной деятельности, необходимо рассмотреть геометрические конфигурации, наиболее часто встречающиеся в задачах: касающиеся окружности, пересекающиеся окружности, вписанные и описанные окружности треугольника и четырёхугольника и т.д., способы нахождения различных элементов геометрических фигур – медиан, высот, биссектрис треугольника, радиусов вписанных и описанных окружностей и т.д., а также некоторые методы решения геометрических задач – метод площадей, метод вспомогательной окружности, удвоение медианы и т. п.

Во многих планиметрических задачах КИМ ЕГЭ используются факты, которые не рассматриваются в школьных учебниках в качестве основных, но часто содержатся после соответствующих глав учебника в качестве задач.

Не нужно забывать о том, что в экзаменационной работе необходимо приводить доказательство использования фактов, которые не входят в школьный учебник.

При изучении стереометрии следует обращать внимание на то, что базовыми требованиями спецификации КИМ ЕГЭ к подготовке выпускника средней школы являются знания метрических формул (объемов и поверхностей) для каждого типа тел, изучаемых в школе, в том числе цилиндра, конуса, шара, усеченной пирамиды и усеченного конуса, поэтому целесообразно вводить данные формулы заблаговременно для всех тел.

Необходимо также обратить особое внимание на решение опорных задач планиметрии и стереометрии, их использование при решении содержательных геометрических задач на построение, доказательство и вычисления.

Нахождение расстояний и углов в пространстве является важнейшей частью раздела стереометрии, на которой основываются все ее метрические вопросы, в том числе нахождение площадей и объемов геометрических фигур и тел. В этой связи на занятиях внеурочной деятельности нужно создать условия для формирования умения вычислять расстояния, углы между прямыми и плоскостями. Эти умения рекомендуется вырабатывать посредством выполнения тематических заданий, которые составлены из задач, подобранных по принципу «от простого к сложному» с использованием изображений правильного тетраэдра, куба, правильных пирамиды и призмы. Наряду с геометрическим методом решения стереометрических задач на нахождение расстояний и углов необходимо рассмотреть и векторно-координатный метод их решения. Также рекомендуются опорные задачи на геометрические преобразования пространства, комбинации правильных многогранников и сфер.

Темы, которые рекомендуется включить в тематическое планирование программы внеурочной деятельности при повторении раздела «Планиметрия», представлены в таблице 4. Также, рекомендуется включить следующие темы:

Медиана прямоугольного треугольника. Удвоение медианы. Параллелограмм. Трапеция. Средняя линия трапеции. Отношение отрезков. Отношение площадей. Касательная к окружности. Касающиеся окружности. Пересекающиеся окружности. Окружности, связанные с треугольником, четырехугольником. Пропорциональные отрезки в окружности. Углы, связанные с окружностью. Вспомогательные подобные треугольники. Некоторые свойства высот и точки их пересечения. Алгебраический подход к решению планиметрических задач. Метод поиска площадей фигур путем сравнения с известными площадями.

Темы, которые рекомендуется включить в тематическое планирование программы внеурочной деятельности (раздел «Стереометрия»), представлены в таблице 6.

Таблица 6

Темы, которые необходимо включить в тематическое планирование программы внеурочной деятельности в 10-11 классах

Тема	Рассматриваемые вопросы
Построения на проекционном чертеже (параллельная проекция)	Свойства параллельных проекций. Построение прямой пересечения двух плоскостей. Построение точки пересечения прямой с плоскостью. Построение сечений многогранников. Задачи на построение на проекционном чертеже и вычисление отношений отрезков
Угол между	Угол между пересекающимися прямыми. Угол между

прямыми	скрещивающимися прямыми. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Угол между плоскостями	Угол между пересекающимися плоскостями. Признак перпендикулярности плоскостей. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости	Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Угол между прямой и плоскостью	Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Расстояние между скрещивающимися прямыми	Общий перпендикуляр. Способы вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Площадь сечения	Теорема о площади ортогональной проекции. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Объем многогранника	Объем призмы. Объем пирамиды. Отношение объемов подобных многогранников. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление
Фигуры вращения	Сечение цилиндра плоскостью. Сечение конуса плоскостью. Сечение сферы плоскостью. Касательная плоскость к сфере. Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара. Площадь боковой поверхности цилиндра. Площадь полной поверхности цилиндра. Площадь боковой поверхности конуса. Площадь полной поверхности конуса. Площадь сферы. Подготовительные задачи. Задачи на доказательство и вычисление.
Элементы правильных пирамид	Правильная треугольная пирамида. Правильная четырехугольная пирамида. Правильная шестиугольная пирамида. Тренировочные задачи
Метод координат	Расстояние между точками. Скалярное произведение векторов. Уравнение плоскости. Косинус угла между плоскостями. Параметрические уравнения прямой. Расстояние от точки до плоскости

**Заведующий кафедрой
естественно-математического и
технологического образования**

И.В.

И.В. Трапезникова